Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19, № 2. С. 195-203. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2019. Vol. 19, no. 2, pp. 195-203. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006



УДК 51–76 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-195-203

Оптимизация двухстадийного режима метаногенеза на основе принципа максимума Понтрягина*

С. А. Королев[1], Д. В. Майков[2]**
[1] Ижевский государственный технический университет им. М. Т. Калашникова, г. Ижевск, Российская Федерация
[2] Ижевский торгово-экономический техникум, г. Ижевск, Российская Федерация

Optimization of two-stage methanogenesis regime based on the Pontryagin's maximum principle***

S. A. Korolev[1], D. V. Maykov[2]**
[1] Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation
[2] Izhevsk Trade and Economics College, Izhevsk, Russian Federation

Введение. Статья посвящена решению задачи оптимального управления процессом получения биогаза при непрерывном режиме его переработки в двух метантенках. Цели работы: представить математическую модель данного процесса и разработать алгоритм выбора оптимального управления.
Материалы и методы. Созданная математическая модель описывает получение биогаза из отходов животноводства при последовательной переработке субстрата в двух метантенках. Рассматриваются случаи одинаковых и различных температурных сред (мезофильной и термофильной). Для данной модели сформулирована задача оптимального управления в виде задачи Лагранжа. Ее управляющими параметрами являются скорости поступления субстрата в метантенки. Предложен алгоритм решения данной задачи, основанный на чис
ленной реализации принципа максимума Понтрягина. При оптимизации применялся гибридный генетический алгоритм с дополнительным поиском в окрестности лучшего решения методом сопряженных градиентов.
Результаты исследования. Разработана новая математическая модель, описывающая процесс получения биогаза при последовательной переработке субстрата в двух метантенках. Предложен и программно реализован численный алгоритм решения задачи оптимального управления.Численные исследования показали, что для термофильной среды скорость образования биогаза практически вдвое выше, чем для мезофильной. Установлено, что последовательная переработка субстрата в двух метантенках с одинаковыми температурными средами позволяет вдвое увеличить скорость образования биогаза. Если температурные среды в метантенках различны, то в первом из них следует использовать мезофильную среду, а во втором — термофильную. При этом скорость образования биогаза несколько ниже по сравнению со случаем, когда в каждом из метантенков мезофильная среда, однако степень переработки субстрата выше на 10–15 %.

Introduction. The solution to the problem of optimal control of the biogas process under its conversion in two digesters is considered. The work objectives are to propose a mathematical model of this process and to develop an optimal control algorithm.
Materials and Methods. The developed mathematical model describes the biomethanation from animal waste through the downstream processing of the substrate in two digesters. Cases of the same and different temperature media (mesophilic and thermophilic) are considered. An optimal control problem is defined as a Lagrange problem for this model. Its modifiers are the rates of substrate entry into the digesters. The algorithm for solving this problem is proposed; it is based on the numerical implementation of the Pontryagin maximum principle. When optimizing, a hybrid genetic algorithm was used with an additional search in the neighborhood of the best solution through the conjugate gradient method.
Research Results. A new mathematical model is developed. It describes the biomethanation during the downstream processing of the substrate in two digesters. A numerical algorithm for solving an optimal control problem is proposed and software-implemented. The numerical studies have shown that the biogas production rate is nearly twice as high for a thermophilic medium as for a mesophilic one. It is established that the downstream processing of the substrate in two digesters with the same temperature medium allows the biogas production rate to be doubled. If the temperature media in the digesters are different, then in the first of them, the mesophilic medium should be used, and in the second - the thermophilic medium. At this, the biogas formation rate is somewhat lower compared to the case when there is a mesophilic medium in each of the digesters; however, the degree of the substrate processing is by 10–15% higher.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: stkj@mail.ru, MaykovD@yandex.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть использованы для расчета и конструирования биогазовых установок, а также при разработке соответствующего программного обеспечения.

Discussion and Conclusions. The results obtained can be used for the calculation and design of biogas plants, as well as in the development of appropriate software.

Ключевые слова: метаногенез, биогаз, метантенк, переработка отходов животноводства, математическая модель, система дифференциальных уравнений, численное решение, методы оптимизации, оптимальное управление, принцип максимума Понтрягина.

Keywords: methanogenesis, biogas, digester, animal waste treatment, mathematical model, differential equation system, numerical solution, optimization methods, optimal control, Pontryagin's maximum principle.

Образец для цитирования: Королев, С. А. Оптимизация двухстадийного режима метаногенеза на основе принципа максимума Понтрягина / С. А. Королев, Д. В. Майков // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С.195−203. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-195-203

For citation: S.A. Korolev, D.V. Maykov. Optimization of two-stage methanogenesis regime based on the Pontryagin's maximum principle. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 195−203. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-195-203

Введение. При работе животноводческих предприятий, в частности, птицефабрик, свинокомплексов, ферм крупного рогатого скота (КРС), образуется большое количество отходов. В результате их сбраживания (ферментации) в специальных резервуарах (метантенках) можно получить топливный газ (биогаз) и ценные органические удобрения [1]. Этот процесс называется метаногенезом. Он может протекать при периодическом и непрерывном поступлении субстрата. В первом случае метантенк наполняется однократно и полностью опорожняется по завершении ферментации. Во втором случае одновременно и непрерывно происходят два процесса: поступление субстрата и удаление его переработанной порции.

Обычно для метаногенеза используется мезофильная среда (при температуре 25–38 °С) или термофильная (45–60 °С). Оптимальная температура для мезофильной среды — 37 °С, для термофильной — 56 °С. Продолжительность ферментации для этих сред равна 25 и 12 суткам соответственно.

Экономическая эффективность производства биогаза зависит от различных факторов: вид и количество сырья, климатические условия [2] и т. д. Кроме того, на выработку биогаза существенно влияет скорость поступления субстрата в метантенк. Значение данного параметра зависит от объема метантенка и вида сырья. Чтобы найти оптимальное значение указанной величины, требуется решить задачу оптимального управления.

Следует отметить, что при непрерывном режиме ферментации субстрат не успевает пройти полную переработку. Для повышения выработки биогаза необходимо использовать два метантенка, чтобы субстрат последовательно перерабатывался в каждом из них. Различные аспекты такого процесса изучены в работах [3, 4], а его технические реализации отражены в патентах [5–7].

Во работах, посвященных математическому моделированию метаногенеза, например [8, 9], не представлен поиск оптимального управления либо находится его асимптотическое значение [10–12]. Аналитическое решение задачи оптимального управления получено в [13]. Однако описанная там математическая модель существенно отличается от представленной в данной статье. Предлагаемый здесь численный метод решения задачи оптимального управления применим к широкому классу моделей.

Материалы и методы. Схема последовательной переработки субстрата представлена на рис. 1.

Рис. 1. Схема двухстадийного режима метаногенеза

Пусть L_0 — концентрация питательных веществ в субстрате, поступающем в первый метантенк (кг/м^3); L_1 и L_2 — концентрация питательных веществ в субстрате для первого и второго метантенков соответственно (кг/м^3); X_1 и X_2 — концентрация метанообразующих бактерий в первом и втором метантенках (кг/м^3); Q_1 — объем субстрата в первом метантенке (м^3), Q_2 — во втором; q_0 — скорость поступления субстрата в первый метантенк (м^3/сут), $q_1 = \frac{dQ_1}{dt}$ и $q_2 = \frac{dQ_2}{dt}$ — скорости выделения субстрата из первого и второго метантенков соответственно.

Потерь субстрата не происходит, поэтому

$$q_0 = q_1 = q_2 = q .$$

Величина q_0 определяется по объему отходов, количеству и производительности биогазовых установок.

Относительные скорости поступления субстрата для метантенков составляют:

$$u_1 = \frac{1}{Q_1} \cdot \frac{dQ_1}{dt} = \frac{q_1}{Q_1} \text{ и } u_2 = \frac{1}{Q_2} \cdot \frac{dQ_2}{dt} = \frac{q_2}{Q_2} .$$

Объемы субстратов в метантенках равны

$$Q_1 = \frac{q}{u_1} \text{ и } Q_2 = \frac{q}{u_2} = \frac{u_1 Q_1}{u_2} .$$

Для описания метаногенеза при последовательной переработке субстрата используется математическая модель, основанная на математической модели популяционной динамики метанообразующих бактерий для одностадийного режима метаногенеза [11, 14]:

$$\begin{cases} \dfrac{dX_1}{dt} = \left(\dfrac{\mu_{mg1} L_1}{a_1 + L_1} - \dfrac{\mu_{md1} b_1}{b_1 + L_1} - u_1 \right) \cdot X_1, \\ \dfrac{dL_1}{dt} = u_1 \cdot \left(L_0 - L_1 \right) - \dfrac{\beta_1 \mu_{mg1} L_1 X_1}{a_1 + L_1}, \\ \dfrac{dX_2}{dt} = \lambda u_2 X_1 + \left(\dfrac{\mu_{mg2} L_2}{a_2 + L_2} - \dfrac{\mu_{md2} b_2}{b_2 + L_2} - u_2 \right) \cdot X_2, \\ \dfrac{dL_2}{dt} = u_2 \cdot \left(L_1 - L_2 \right) - \dfrac{\beta_2 \mu_{mg2} L_2 X_2}{a_2 + L_2}. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь нижние индексы переменных (X_i, L_i) и параметров ($\mu_{mg\,i}$, $\mu_{md\,i}$, a_i, b_i, β_i, u_i) соответствуют номеру метантенка $i \in \{1, 2\}$. Параметрами модели служат $\mu_{mg\,i}$ и $\mu_{md\,i}$ — максимально возможные относительные скорости соответственно прироста и отмирания бактерий (сут$^{-1}$); β_i — безразмерный коэффициент усвоения субстрата; a_i и b_i — эмпирические коэффициенты (м^3/кг); λ — параметр, равный нулю, если температурные среды в метантенках различны, и единице, если эти среды совпадают.

Значения параметров модели определяются в соответствии с выбранным температурным режимом метаногенеза (мезофильным или термофильным). Если температурные среды в метантенках совпадают, то $\mu_{mg1} = \mu_{mg2} = \mu_{mg}$, $\mu_{md1} = \mu_{md2} = \mu_{md}$ и т. д.

Начальные условия:

$$X_1(0) = X_2(0) = X_0,\ L_1(0) = L_2(0) = L_0,$$

где X_0 — естественная концентрация метанообразующих бактерий в исходном сырье; L_0 равно концентрации питательных веществ в непереработанном субстрате.

Модель (1) построена в предположении, что в метантенках поддерживается оптимальная и неизменная температура процесса. Если температурные среды различны, то при поступлении субстрата из одного метантенка в другой должен происходить нагрев или охлаждение до температуры во втором метантенке.

Скорость образования биогаза (м^3/сут) в i-м метантенке равна

$$w_i = \frac{\gamma_i \mu_{mg\,i} L_i X_i}{a_i + L_i} ,$$

где γ_i — коэффициент, характеризующий скорость преобразования питательных веществ субстрата в биогаз (м^3·м^3/кг).

Для получения задачи оптимального управления необходимо дополнить систему уравнений (1) критериальным функционалом

$$V = \int_0^T \left(\frac{\gamma_1 \mu_{mg1} L_1 X_1}{a_1 + L_1} + \frac{\gamma_2 \mu_{mg2} L_2 X_2}{a_2 + L_2} \right) dt \to \max , \tag{2}$$

определяющим общий выход биогаза с 1 м^3 субстрата в первом и втором метантенках за время T. Оптимизируемыми параметрами задачи служат относительные скорости поступления субстрата в метантенки u_1 и u_2 в системе уравнений (1).

Системы (1)–(2) являются задачами Лагранжа. В общем случае задачи оптимального управления имеется система дифференциальных уравнений вида

$$\frac{d\mathrm{x}}{dt} = \mathrm{f}\left(\mathrm{x}(t), \mathrm{u}(t), t\right), t \in [0, T], \mathrm{x} \in R^n, \mathrm{u} \in R^k, \tag{3}$$

ее начальные условия:

$$\mathrm{x}(0)=\mathrm{x}_0 .$$

Требуется найти оптимальное управление $\mathrm{u}(t)$, доставляющее максимум критериальному функционалу

$$J=\int_0^T F_0\left(\mathrm{x}(t),\, \mathrm{u}(t),\, t\right) \to \max . \qquad (4)$$

Для численного решения задачи на промежутке $[0,\, T]$ вводится разностная сетка с узлами $t_0=0$, t_1, t_2, ..., t_i, t_{i+1}, ..., $t_q=T$ с постоянным шагом $h=t_{i+1}-t_i$ [15].

Численное решение системы дифференциальных уравнений (3) осуществляется методом Рунге — Кутты четвертого порядка:

$$\begin{gathered}
\mathrm{x}_{i+1}=\mathrm{x}_i+\frac{h}{6}\cdot(\mathrm{k}_1+2\mathrm{k}_2+2\mathrm{k}_3+\mathrm{k}_4),\ i=\overline{0,\, q-1}, \\
\mathrm{k}_1=\mathrm{f}(\mathrm{x}_i,\, \mathrm{u}_i,\, t_i), \\
\mathrm{k}_2=\mathrm{f}\left(\mathrm{x}_i+\frac{h}{2}\cdot\mathrm{k}_1,\, \mathrm{u}_i,\, t_i+\frac{h}{2}\right), \\
\mathrm{k}_3=\mathrm{f}\left(\mathrm{x}_i+\frac{h}{2}\cdot\mathrm{k}_2,\, \mathrm{u}_i,\, t_i+\frac{h}{2}\right), \\
\mathrm{k}_4=\mathrm{f}(\mathrm{x}_i+h\cdot\mathrm{k}_3,\, \mathrm{u}_i,\, t_i+h).
\end{gathered} \qquad (5)$$

Для решения задачи удобно ввести qk-мерный полный вектор управлений $\mathrm{U}=(\mathrm{u}_i),\ i=\overline{1,\, q}$. При этом разностной аппроксимацией критериального функционала (4) является выражение:

$$J=J(\mathrm{U})=\sum_{i=0}^{q} F_0(\mathrm{x}_i,\, \mathrm{u}_i, t_i)\cdot h \to \max . \qquad (6)$$

Задача решается в приведенной ниже последовательности.

1) Задается полный вектор управлений U.

2) Численно решается исходная система дифференциальных уравнений (3) с помощью соотношений (5) и вычисляется значение критериального функционала (4) с помощью разностной аппроксимации (6).

3) Численно интегрируется система сопряженных уравнений (в направлении «справа налево») согласно соотношениям:

$$\begin{gathered}
\mathrm{p}_i=\mathrm{p}_{i+1}+h\cdot\frac{\partial F_0}{\partial \mathrm{x}_i}+G_i^T\cdot\mathrm{p}_{i+1}\cdot h,\ i=\overline{1,\, q-1}, \\
\mathrm{p}_q=0 .
\end{gathered} \qquad (7)$$

Здесь $\mathrm{p}=\mathrm{p}(t)$ — двойственные переменные принципа максимума Понтрягина; $G_i=\left(\dfrac{\partial \mathrm{f}(\mathrm{x}_i, \mathrm{u}_i, t_i)}{\partial \mathrm{x}_i}\right)$ — матрица Якоби, составленная для системы (3).

4) Выполняется процесс оптимизации по вектору **U**. В данной работе в качестве метода оптимизации использовался генетический алгоритм с вещественным кодированием и дополнительным поиском в окрестности лучшего решения с помощью метода сопряженных градиентов.

Для рассматриваемой задачи оптимизации метаногенеза вектор фазовых переменных равен $\mathrm{x}=\mathrm{colon}(X_1,\, L_1,\, X_2,\, L_2)$, вектор управления $\mathrm{u}=\mathrm{colon}(u_1, u_2)$, а матрица Якоби имеет вид:

$$G=\begin{pmatrix}
\dfrac{\mu_{mg1}L_1}{a_1+L_1}-\dfrac{\mu_{md1}b_1}{b_1+L_1}-u_1 & \dfrac{a_1\mu_{mg1}X_1}{(a_1+L_1)^2}+\dfrac{b_1\mu_{md1}X_1}{(b_1+L_1)^2} & 0 & 0 \\
-\dfrac{\beta_1\mu_{mg1}L_1}{a_1+L_1} & -u_1-\dfrac{\beta_1 a_1\mu_{mg1}X_1}{(a_1+L_1)^2} & 0 & 0 \\
\lambda u_2 & 0 & \dfrac{\mu_{mg2}L_2}{a_2+L_2}-\dfrac{\mu_{md2}b_2}{b_2+L_2}-u_2 & \dfrac{a_2\mu_{mg2}X_2}{(a_2+L_2)^2}+\dfrac{b_2\mu_{md2}X_2}{(b_2+L_2)^2} \\
0 & u_2 & -\dfrac{\beta_2\mu_{mg2}L_2}{a_2+L_2} & -u_2-\dfrac{\beta_2 a_2\mu_{mg2}X_2}{(a_2+L_2)^2}
\end{pmatrix}.$$

Результаты исследования. Фиксируются теоретические значения переменных, найденных в результате численного решения системы дифференциальных уравнений математической модели метаногенеза. Учитываются отклонения указанных значений от экспериментальных значений относительно вектора параметров [10, 16] (табл. 1). Значения параметров модели метаногенеза оцениваются путем минимизации суммы квадратов этих отклонений.

Таблица 1

Оценки значений параметров модели метаногенеза для мезофильной / термофильной сред

Коэффициент	Источник сырья		
	Птицефабрики	Свинокомплексы	Фермы КРС
μ_{mg}	0,482 / 0,821	0,346 / 0,783	0,297 / 0,563
μ_{md}	0,353 / 0,528	0,291 / 0,423	0,254 / 0,351
a	34,781 / 43,875	7,242 / 21,653	5,013 / 8,733
b	116,457 / 14,674	37,347 / 9,278	18,722 / 5,455
β	2,344 / 3,189	1,495 / 2,084	1,413 / 1,983
γ	1,463 / 1,963	1,373 /1,907	1,299 / 1,813

Рассматриваются следующие способы переработки субстрата.

I. Используется единственный метантенк.

II. Используются два метантенка с последовательной переработкой субстрата, температурные среды в которых совпадают.

При этом для каждого метантенка возможны два варианта среды: мезофильная или термофильная (табл. 2).

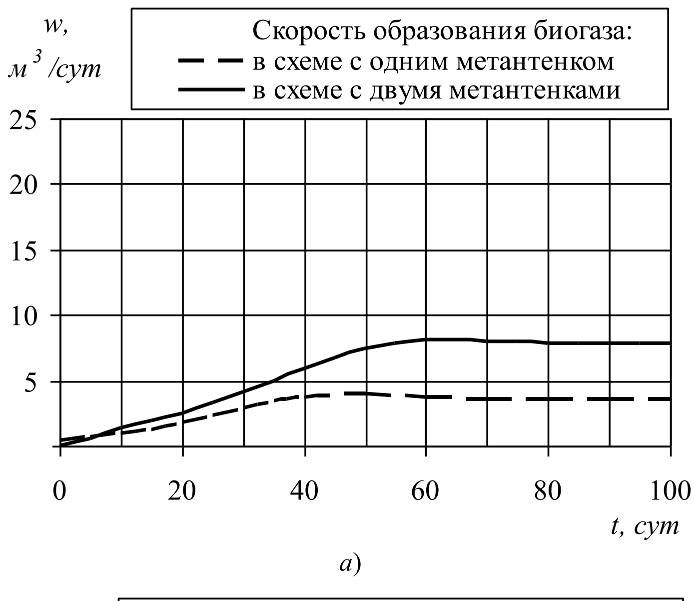
Таблица 2

Оптимальные параметры метаногенеза

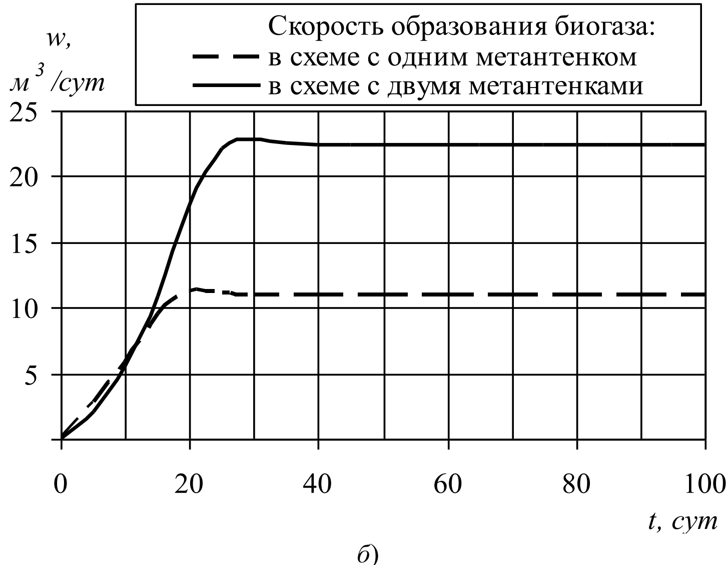
Характеристики	Источник сырья		
	Птицефабрики	Свинокомплексы	Фермы КРС
I. Один метантенк с мезофильной / термофильной средой			
u^*, сут $^{-1}$	0,149 / 0,402	0,128 / 0,341	0,112 / 0,268
w^*, м^3/сут	7,25 / 24,51	3,58 / 10,76	1,81 / 5,42
L^* / L_0, %	56 / 43	51 / 38	52 / 41
II. Два метантенка с мезофильной / термофильной средой в каждом			
u_1^*, сут $^{-1}$	0,168 / 0,432	0,144 / 0,362	0,117 / 0,287
u_2^*, сут $^{-1}$	0,491 / 2,448	0,412 / 1,858	0,367 / 1,424
w^*, м^3/сут	15,19 / 50,21	7,79 / 22,19	3,85 / 10,92
L_2^* / L_0, %	45 / 35	38 / 33	38 / 33
III. Два метантенка, в первом — мезофильная, во втором термофильная среда / в первом — термофильная, во втором — мезофильная среда			
u_1^*, сут $^{-1}$	0,149 / 0,402	0,128 / 0,341	0,112 / 0,268
u_2^*, сут $^{-1}$	0,312 / 0,051	0,222 / 0,059	0,183 / 0,051
w^*, м^3/сут	15,35 / 25,12	6,61 / 11,42	3,26 / 5,42
L_2^* / L_0, %	30 / 34	29 / 35	26 / 32

Здесь u^* — оптимальные значения относительной скорости поступления субстрата; w^* — соответствующий им среднесуточный выход биогаза; $\frac{L^*}{L_0}$ — полнота переработки питательных веществ субстрата.

Графики скорости образования биогаза показаны на рис. 2.



а)



б)

Рис. 2. Скорость образования биогаза при использовании отходов свинокомплексов для двух метантенков с мезофильной (*а*) и термофильной (*б*) средой в каждом

III. Используются два метантенка с последовательной переработкой субстрата, температурные среды в которых отличаются.

При этом рассматриваются два варианта.

1) В первом метантенке мезофильная среда, а во втором — термофильная.

2) В первом метантенке термофильная среда, а во втором — мезофильная.

Оптимальные значения параметров см. в табл. 2.

На рис. 3 приведен график скорости образования биогаза.

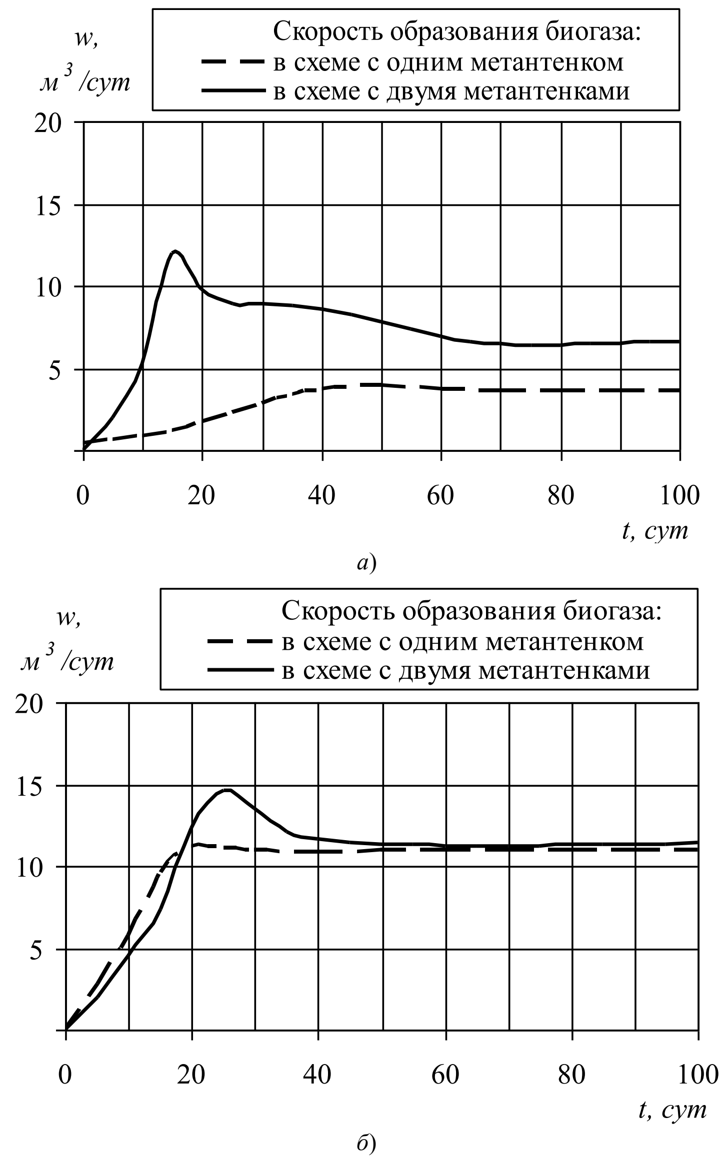


Рис. 3. Скорость образования биогаза при использовании отходов свинокомплексов и двух метантенков: в первом метантенке мезофильная, во втором — термофильная среда (*а*); в первом метантенке термофильная, во втором — мезофильная среда (*б*)

Использование одного метантенка при непрерывном режиме ферментации позволяет переработать питательные вещества субстрата на 40–45 % для мезофильной среды и на 50–55 % — для термофильной.

При использовании двух метантенков с одинаковыми температурными средами доля переработки субстрата увеличивается на 10 % для мезофильной и на 5 % для термофильной сред. При этом среднесуточная выработка биогаза возрастает практически вдвое. Скорость образования биогаза для термофильной среды практически вдвое выше, чем для мезофильной.

Два метантенка, эксплуатируемые в различных температурных средах, демонстрируют различные результаты. Так, при использовании первого варианта доля переработки субстрата примерно на 25 % выше, чем при использовании одного метантенка с мезофильной средой. При втором варианте доля переработки субстрата на 5–10 % выше, чем при использовании одного метантенка с термофильной средой. Кроме того, организация процесса по первому варианту обеспечивает практически двукратное увеличение скорости образования биогаза (если сравнивать с одним метантенком с мезофильной средой). Во втором варианте значимый прирост скорости не отмечается (если сравнивать с термофильной средой). Из вышесказанного следует, что использование второго варианта нецелесообразно.

Первый вариант несколько проигрывает в скорости образования биогаза случаю использования двух метантенков с мезофильной средой в каждом, хотя обеспечивает более высокую (на 10–15 %) степень переработки субстрата. Это связано с тем, что при использовании двух метантенков с мезофильной средой оптимальные значения относительных (а следовательно, и абсолютных) скоростей поступления субстрата выше, т. е. в

единицу времени перерабатывается больше субстрата. Скорость образования биогаза для второго варианта вдвое ниже, чем для случая использования двух метантенков с термофильной средой.

Обсуждение и заключения. Разработаны математические модели, описывающие метаногенез при последовательной переработке субстрата в двух метантенках, когда температурные среды в них совпадают и отличаются. Этим моделям соответствует задача оптимального управления процессом метаногенеза на основе принципа максимума Понтрягина. В работе представлен алгоритм ее решения. Управляющими параметрами служат относительные скорости поступления субстрата в метантенки.

В результате численных исследований обнаружено, что последовательное использование двух метантенков с одинаковыми температурными средами позволяет увеличить степень переработки субстрата на 5–10 %. При этом скорость образования биогаза возрастает вдвое. Степень переработки субстрата для мезофильного режима также на 5–10 % выше, чем для термофильного. При этом скорость образования биогаза в термофильной среде практически вдвое выше, чем в мезофильной. Это связано с более высокой интенсивностью процесса (выше оптимальное значение относительной скорости поступления субстрата).

Также показаны результаты эксплуатации метантенков с различными температурными средами. В первом варианте субстрат сначала перерабатывается в мезофильной среде, а затем поступает в метантенк с термофильной средой. Во втором варианте, наоборот, субстрат из метантенка с термофильной средой поступает в метантенк с мезофильной средой. При первом варианте перерабатывается больше субстрата. Если сравнивать с применением одного метантенка с мезофильной средой, преимущество составляет около 25 %. Если сравнивать с использованием одного метантенка с термофильной средой — 5–10 %. Для первого варианта скорость образования биогаза практически вдвое выше по сравнению со случаем одного метантенка с мезофильной средой. Во втором варианте скорость образования биогаза почти такая же, как при использовании одного метантенка с термофильной средой. Таким образом, применение второго варианта нецелесообразно.

Для первого варианта скорость образования биогаза несколько ниже, чем в случае применения двух метантенков с мезофильной средой в каждом, но в то же время степень переработки субстрата выше на 10–15 %. Скорость образования биогаза во втором варианте вдвое ниже, чем при использовании двух метантенков с термофильной средой в каждом, что еще раз показывает неэффективность второго варианта.

Библиографический список

1. Гюнтер, Л. И. Метантенки / Л. И. Гюнтер, Л. Л. Гольдфарб. — Москва : Стройиздат, 1991. — 128 с.

2. Королев, С. А. Влияние климатических условий на тепловой режим работы биогазовой установки / С. А. Королев, Д. В. Майков // Вестник Ижев. гос. техн. ун-та. — 2011. — № 2 (50). — С. 209–213.

3. Вохмин, В. С. Исследование конвективно-индукционного нагрева при анаэробном сбраживании отходов животноводческих ферм / В. С. Вохмин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубан. гос. аграрн. ун-та. — 2011. — № 70. — С. 123–135.

4. Сахметова, Г. Е. Масштабирование и определение параметров реактора-модуля биогазовых установок блочно-модульного типа / Г. Е. Сахметова, Р. А. Шинибекова // Приоритетные направления развития науки и образования. — 2016. — № 3 (10). — С. 95–99.

5. Биогазовая установка с дозированным СВЧ-нагревом : патент 2490322 Рос. Федерация : C12M 1/00 / И. В. Решетникова [и др.]. — № 2011149486/10 ; заявл. 05.12.2011; опубл. 20.08.2013, Бюл. № 23. — 2 с.

6. Устройство для получения метана при переработке биомассы : патент 132439 Рос. Федерация : C02F 11/04 / И. М. Голенковский, М. Ф. Гумиров, Р. Ф. Нурутдинов. — № 2013102809/13; заявл. 22.01.2013 ; опубл. 20.09.2013, Бюл. № 26. — 3 с.

7. Биогазовая установка : патент 2404240 Рос. Федерация : C12M 1/107 / М. В. Свалова [и др.]. — № 2009103613/13; заявл. 03.02.2009, опубл. 10.08.2010, Бюл. № 22. — 3 с.

8. The IWA Anaerobic Digestion Model No 1 (ADM1) / D. J. Batstone [et al.] // Water Science and Technology. — 2002. — Vol. 45, iss. 10. — P. 65–73.

9. Delgadillo-Mirquez, L. Mathematical modelling and simulation for biogas production from organic waste / L. Delgadillo-Mirquez, M. Hernández-Sarabia // International Journal of Engineering Systems Modelling and Simulation. — 2018. — Vol. 10, iss. 2. — P. 97–102. DOI: 10.1504/IJESMS.2018.10013112.

10. Королев, С. А. Идентификация математической модели и исследование различных режимов метаногенеза в мезофильной среде / С. А. Королев, Д. В. Майков // Компьютерные исследования и моделирование. — 2012. — Т. 4, № 1. — С. 131–141.

11. Русяк, И. Г. Исследование стационарных решений и оптимизация параметров математической модели метаногенеза / И. Г. Русяк, С. А. Королев, Д. В. Майков // Вестник Том. гос. ун-та. Математика и механика. — 2012. — № 3 (19).— С. 15–21.

12. Cortes, L. G. Optimal Control Scheme on Anaerobic Processes in Biodigesters / L. G. Cortes, S. K. Cortes, L. E. Cortes // Chemical engineering transaction. — 2018. — Vol. 65. — P. 433–438. DOI: 10.3303/CET1865073.

13. Bayen, E. Analysis of an optimal control problem related to anaerobic digestion process / E. Bayen, O. Cots, P. Gajardo // Journal of Optimization Theory and Applications. — 2018. — Vol. 178. — P. 627–659. DOI: 10.1007/s1095.

14. Компьютерное моделирование биотехнологических процессов и систем / Д. С. Дворецкий [и др.]. — Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2005. — 80 с.

15. Евтушенко, Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации / Ю. Г. Евтушенко. — Москва : Наука, 1982. — 432 с.

16. Королев, С. А. Метод идентификации параметров модели метаногенеза в виде системы дифференциальных уравнений на основе генетического алгоритма / С. А. Королев, Д. В. Майков // Интеллектуальные системы в производстве. — 2012. — № 1 — С. 29–35.

Сдана в редакцию 04.03.2019
Принята к публикации 18.04.2019

Об авторах:

Королев Станислав Анатольевич,
доцент кафедры «Математическое обеспечение информационных систем» ФГБОУ ВО Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова
(РФ, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7), кандидат физико-математических наук,
ORCID: https://orcid.org/0000–0002–8399–1385
stkj@mail.ru

Майков Дмитрий Владимирович,
преподаватель математики БПОУ УР Ижевского торгово-экономического техникума
(РФ, 426000, г. Ижевск, ул. Ворошилова, 20а),
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8198-742X
MaykovD@yandex.ru